

POLANICA ZDRÓJ, 16-18 września 2007

Metody jakościowe i ilościowe na usługach wyceny nieruchomości

Anna Barańska

Katedra Informacji o Terenie

Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska

Akademia Górniczo - Hutnicza

Kraków

WPROWADZENIE

Zaprezentowane rozważania dotyczą jednoczesnego wykorzystania metod jakościowych i ilościowych w procesie dochodzenia do wartości rynkowej nieruchomości. Sformułowano sposób określania bardziej wiarygodnej prognozy rynkowej wartości nieruchomości na podstawie starannie dobranego modelu wyceny, odpowiedniego dla danego lokalnego rynku. W celu urealnienia wykonywanej predykcji, zaproponowano dodanie do wartości modelowej czynnika losowego. Czynniki losowe jest wyznaczany na podstawie odchyłek losowych nieruchomości najbardziej podobnych do wycenianej, spośród zgromadzonej bazy danych. Wybór nieruchomości najbardziej podobnych odbywa się przy wykorzystaniu metod jakościowych.

Postać testowanych modeli wyceny

1. Model liniowy addytywny

$$c - \hat{c} = \sum_{i=1}^m a_i \cdot (x_i - \hat{x}_i) \quad (1)$$

2. Model nieliniowy multiplikatywny

$$c - \hat{c} = a_1^{x_1 - \hat{x}_1} \cdot a_2^{x_2 - \hat{x}_2} \cdot \dots \cdot a_m^{x_m - \hat{x}_m} \quad (2)$$

gdzie:

- c - jednostkowa cena nieruchomości,
- $\hat{c}$ - przeciętna cena nieruchomości w bazie,
- x_i - wartość atrybutu i ,
- $\hat{x}_i$ - przeciętna wartość atrybutu i w bazie,
- a_i - parametry modelu.

Estymacja parametrów modeli wyceny

1. Model liniowy addytywny

$$[C] = [X] \cdot [a] + [\delta] \quad (3)$$

gdzie:

$[C]$ - wektor różnic zmiennej losowej objaśnianej, ceny nieruchomości i jej średniej wartości,

$[X]$ - macierz zawierająca różnice zmiennych objaśniających (atrybutów) i ich średnich wartości,

$[a]$ - wektor współczynników liniowej regresji wielorakiej,

$[\delta]$ - wektor odchylek losowych modelu

Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów wiedzie do układu równań normalnych, z którego wyznaczamy estymator wektora współczynników 'a': $\hat{a}$.

Przez rozwiązanie uogólnionego modelu liniowego rozumie się:

- określenie nieobciążonego estymatora wektora niewiadomych:

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T C = X^+ \cdot C \quad (4)$$

- określenie nieobciążonego estymatora wariancji resztowej, określającej niedokładność estymacji parametrów modelu:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{C^T C - \hat{a}^T X^T C}{n - m} \quad (5)$$

- wyznaczenie macierzy kowariancji wektora niewiadomych (parametrów modelu):

$$\text{Cov}(\hat{a}) = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (X^T X)^{-1} \quad (6)$$

- wyznaczenie macierzy kowariancji wartości modelowych:

$$\text{Cov}(W) = \hat{\sigma}_0^2 \cdot X^T (X^T X)^{-1} X \quad (7)$$

2. Model nieliniowy multiplikatywny

Do estymacji wartości współczynników a_i , funkcję (2) trzeba doprowadzić do postaci liniowej. W tym celu logarytmujemy stronami równanie (2), przy wykorzystaniu logarytmu naturalnego, otrzymując:

$$\ln(c - \hat{c}) = (x_1 - \hat{x}_1) \cdot \ln a_1 + (x_2 - \hat{x}_2) \cdot \ln a_2 + \dots + (x_m - \hat{x}_m) \cdot \ln a_m \quad (8)$$

Układ równań (8) w zapisie macierzowym przyjmuje postać:

$$[\ln C] = [X] \cdot [\ln a] + [\ln \delta] \quad (9)$$

gdzie:

$[\ln C]$ - wektor logarytmów naturalnych cen nieruchomości,

$[X]$ - macierz zawierająca różnice zmiennych objaśniających (atrybutów) i ich średnich wartości,

$[\ln a]$ - wektor logarytmów współczynników modelu,

$[\ln \delta]$ - wektor logarytmów odchyłek losowych

Po zastosowaniu MNK, otrzymuje się następujące wzory na estymowane parametry modelu nieliniowego:

$$\ln \hat{a} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T \ln C \quad (10)$$

Macierz kowariancji dla estymowanych parametrów:

$$\text{Cov}(\hat{a}) = \hat{\sigma}_0^2 (X^T X)^{-1} \quad (11)$$

przy czym σ_0^2 oznacza wariancję estymacji nieliniowego modelu multiplikatywnego, której estymator określa się według wzoru:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\delta^T \cdot \delta}{n - m} \quad (12)$$

gdzie:

$$\delta = C - W = C - \exp(\ln W) \quad (13)$$

n, m - odpowiednio liczba nieruchomości i atrybutów

Weryfikacja modeli wyceny

Podstawowym miernikiem jakości dopasowania modelu do danych jest kwadrat współczynnika korelacji krzywoliniowej, który dla modelu liniowego odpowiada współczynnikowi determinacji i określa udział wariancji wyjaśnionej przez model w stosunku do całkowitego rozproszenia zmiennej objaśnianej wokół jej wartości przeciętnej.

W ramach statystycznej weryfikacji modeli badamy istotność układu uzyskanych parametrów w każdym z modeli oraz istotność każdego z parametrów z osobna, na podstawie stosownych testów statystycznych.

Prognozowanie jednostkowych wartości rynkowych nieruchomości

Wyestymowany model wyceny prowadzi do wyodrębnienia czynnika systematycznego modelu z jednostkowych cen nieruchomości. Są to wartości prognoz cen nieruchomości uzyskane z modelu W . Różnice cen rynkowych, zebranych w bazie danych C i wartości modelowych W , to odchyłki losowe modelu.

Charakterystykę niedokładności zbioru odchyłek losowych modelu zawiera macierz kowariancji:

$$Cov[\delta] = \sigma_0^2 \cdot \left[I - X \cdot (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \right] \quad (14)$$

jako, że:

$$[\delta] = [C] - [X] \cdot [X]^+ \cdot [C] = [I - X \cdot X^+] \cdot [C] \quad (15)$$

Wybór nieruchomości reprezentatywnych

Stosując analizę jakościową, z zebranej bazy danych wybieramy grupę k nieruchomości, zawierającą nieruchomość wycenianą i najbardziej do niej podobne. Dokonując wyboru postępujemy zgodnie z jedną z metod jakościowych:

analiza porównania względnego lub analiza szeregowania

Analiza porównania względnego nieruchomości opiera się na porównaniu jakościowym cech nieruchomości wycenianej z cechami nieruchomości podobnych w taki sposób, że dla każdego atrybutu nieruchomości porównywanej ustala się znak „-1” lub „+1” poprawki korygującej, w zależności od tego czy wartość danego atrybutu jest odpowiednio: większa czy mniejsza od wartości tego atrybutu dla nieruchomości wycenianej.

Analiza szeregowania nieruchomości polega na nadaniu rang każdemu z atrybutów nieruchomości podobnych oraz nieruchomości wycenianej. Rangi nadaje się w odniesieniu do najniższych lub najwyższych wartości poszczególnych atrybutów w bazie.

Ostateczna prognoza wartości rynkowej wraz z analizą dokładności

Z wektora składnika losowego wyodrębniamy δ_{i_w} odpowiadające wybranym nieruchomościom, a z macierzy kowariancji $Cov[\delta_w]$ – podmacierz zawierającą elementy odpowiadające wybranym odchyłkom.

Z modelu systematycznego szacujemy modelową rynkową wartość nieruchomości wycenianej w_M :

$$w_M = [X_w] \cdot [a] \quad (16)$$

gdzie $[X_w]$ – wektor atrybutów wycenianej nieruchomości

Odchylenie standardowe wartości modelowej liczymy następująco:

$$V(w_M) = \sigma^2(w_M) = [X_w] \cdot Cov[\hat{a}] \cdot [X_w]^T \quad (17)$$

Z modelu losowego szacujemy rynkową wartość czynnika losowego wycenianej nieruchomości:

$$w_L = \Delta(w_M) = [\underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T]^{-1} \cdot [\underline{1} \cdot P] \cdot [\delta_w] \quad (18)$$

gdzie: $\underline{1}$ - wektor złożony z jedynek,

$P = Cov^{-1}[\delta_w]$ macierz wag to odwrotność macierzy kowariancji

Odchylenie standardowe czynnika losowego:

$$\sigma^2(w_L) = \sigma_{0_w}^2 \cdot [\underline{1} \cdot P \cdot \underline{1}^T]^{-1} \quad (19)$$

gdzie wariancja resztowa $\sigma_{0_w}^2$ jest określona dla grupy k wybranych nieruchomości:

$$\hat{\sigma}_{0_w}^2 = \frac{\delta_w^T \cdot P \cdot \delta_w - w_L \cdot \underline{1} \cdot P \cdot \delta_w}{k - 1} \quad (20)$$

Ostateczna wartość rynkowa wycenianej nieruchomości będzie obliczona następująco:

$$w_{M+L} = w_M + w_L \quad (21)$$

Pomiędzy wariancjami prognozy rynkowej wartości nieruchomości, uzyskanej z modelu (systematyczna wartość nieruchomości) oraz prognozy poprawionej o czynnik losowy , zachodzi następująca relacja:

$$V(w_M) = V(w_{M+L}) + V(w_L) \quad (22)$$

Zatem odchylenie standardowe ostatecznej wartości rynkowej nieruchomości wyliczymy następująco:

$$\sigma^2(w_{M+L}) = \sigma^2(w_M) - \sigma^2(w_L) \quad (23)$$

Wycena według modelu addytywnego

$Cov[\delta_w]$	macierz kowariancji odchylek dla wybranych nieruchomości									
41533	4641	-1228	3446	1787	1391	-981	-2179	δ_{i_w}	-280	
4641	39834	519	-9664	-2049	-94	1874	-18		102	
-1228	519	45167	1722	-1251	-316	-4880	367		-57	
3446	-9664	1722	39023	130	2608	2123	1288		-318	
1787	-2049	-1251	130	45285	-2011	-1035	-428		-348	
1391	-94	-316	2608	-2011	43289	654	-3766		272	
-981	1874	-4880	2123	-1035	654	46177	907		-136	
-2179	-18	367	1288	-428	-3766	907	44291		34	
$P = Cov^{-1}[\delta_w]$	macierz wag								w_M	
0,0000249	-3,8E-06	9E-07	-3,2E-06	-1,1E-06	-6E-07	9E-07	1,2E-06		1909,06	
-3,8E-06	2,75E-05	-8E-07	7,3E-06	1,3E-06	-2E-07	-1,6E-06	-4E-07	wartość modelowa		
0,0000009	-8E-07	2,25E-05	-1,4E-06	6E-07	2E-07	2,5E-06	-1E-07	$\sigma(w_M)$		
-3,2E-06	7,3E-06	-1,4E-06	0,000028	2E-07	-1,6E-06	-1,8E-06	-1,1E-06		113,88	
-1,1E-06	1,3E-06	6E-07	2E-07	2,23E-05	1,1E-06	5E-07	2E-07	odchylenie standardowe		
-6E-07	-2E-07	2E-07	-1,6E-06	1,1E-06	2,34E-05	-3E-07	0,000002	wartości modelowej		
0,0000009	-1,6E-06	2,5E-06	-1,8E-06	5E-07	-3E-07	2,21E-05	-4E-07	w_L		
0,0000012	-4E-07	-1E-07	-1,1E-06	2E-07	0,000002	-4E-07	2,29E-05		-84,9	
$\sigma(w_{M+L})$				w_{M+L}				wartość losowa		
								$\sigma(w_L)$		
	85,23			1824,17					75,52	
odchylenie standardowe			poprawiona wartość nieruchomości				odchylenie standardowe			
ostatecznej prognozy			(ostateczna prognoza)				wartości losowej			

Wycena według modelu multiplikatywnego

$Cov[\delta_w]$	macierz kowariancji odchylek dla wybranych nieruchomości									
39902	4459	-1180	3311	1716	1336	-943	-2094	δ_{i_w}	-336	
4459	38269	499	-9285	-1969	-90	1801	-18		12	
-1180	499	43394	1654	-1202	-303	-4688	353		-34	
3311	-9285	1654	37490	125	2505	2040	1237		-296	
1716	-1969	-1202	125	43507	-1932	-995	-411		-318	
1336	-90	-303	2505	-1932	41589	629	-3618		281	
-943	1801	-4688	2040	-995	629	44364	871		-113	
-2094	-18	353	1237	-411	-3618	871	42552		36	
$P = Cov^{-1}[\delta_w]$	macierz wag								w_M	
0,000026	-4E-06	9E-07	-3,4E-06	-1,2E-06	-6E-07	9E-07	1,3E-06		1915,33	
-0,000004	2,86E-05	-9E-07	7,6E-06	1,4E-06	-2E-07	-1,6E-06	-4E-07	wartość modelowa		
0,0000009	-9E-07	2,34E-05	-1,5E-06	6E-07	2E-07	2,6E-06	-1E-07	$\sigma(w_M)$		
-3,4E-06	7,6E-06	-1,5E-06	2,92E-05	2E-07	-1,7E-06	-1,8E-06	-1,1E-06		111,62	
-1,2E-06	1,4E-06	6E-07	2E-07	2,32E-05	1,1E-06	5E-07	2E-07	odchylenie standardowe		
-6E-07	-2E-07	2E-07	-1,7E-06	1,1E-06	2,44E-05	-3E-07	2,1E-06	wartości modelowej		
0,0000009	-1,6E-06	2,6E-06	-1,8E-06	5E-07	-3E-07	0,000023	-4E-07		w_L	
0,0000013	-4E-07	-1E-07	-1,1E-06	2E-07	2,1E-06	-4E-07	2,38E-05		-90,1	
$\sigma(w_{M+L})$				w_{M+L}				wartość losowa		
								$\sigma(w_L)$		
	83,4				1825,23				74,18	
odchylenie standardowe			poprawiona wartość nieruchomości				odchylenie standardowe			
ostatecznej prognozy			(ostateczna prognoza)				wartości losowej			

WNIOSKI

Zaprezentowany dwuetapowy model wyceny nieruchomości ma na celu doprecyzowanie wartości nieruchomości wyznaczonej na podstawie dobrze dopasowanego do lokalnego rynku i statystycznie zweryfikowanego modelu wyceny. Jego zaletą jest wyróżnienie w bazie nieruchomości podobnych, rozpatrywanej w podejściu porównawczym, grupy nieruchomości cechujących się największym podobieństwem do wycenianego obiektu i wykorzystanie ich do „poprawienia” modelowej wartości nieruchomości.

Dziękuję za uwagę